Crossfit cerebral #3

Matemática, ilusiones y humor

Tiempos difíciles

Queridos amigos, aprovecho que tengo tres minutos entre lavado de manos, desinfección de bolsa de supermercado, cepillado de zapatillas con lavandina y nuevo lavado de manos, para escribirles.

Lo del virus nos está superando, y a mí me preocupan los mensajes subliminales. Porque cuando leo 'nadie se salva solo', mi neurona paranoica tiende a interpretar 'nadie se salva'. Y encima mi psicoanalista no me atiende, porque está en cuarentena.

No sé cómo se cuidan ustedes, pero les cuento lo que hago yo, además de estar las 36 horas del día (12 más de las 24 necesarias, porque lo que abunda no daña), en mi casa.

Tengo puesto un barbijo que me hice con una toallita femenina (hay un tutorial sobre cómo hacerlo, en Youtube). A la que le agregué dos tiritas de papel glasé para ajustarlo, pero como se rompieron, le puse dos banditas de goma. Arriba del barbijo, sobre la nariz, tengo un tubito respirador que me vendieron en la farmacia a 1300 pesos, importados de Singapuria; el país no existe, pero el farmacéutico me dijo que a él el aparatito ese le salvó la vida ¿¡no será por todos los que vendió!?

Bueno, arriba del 'respitronic-plus' ya cubriéndome los ojos, llevo unos lentes antivirales (te los mandan con un delivery, 4800 pesos en efectivo, 6500 pesos con tarjeta) que vienen con una pátina de algo que no mata al virus, pero lo distrae. Cada media hora aparece una especia de limpia parabrisas que les pasa alcohol en gel. Sobre la frente tengo un termómetro chino, de esos que usan ahora en los súper, que a cada rato te dice la temperatura que tenés, en grados Fahrenheit. Todavía no logré que me la diga en grados centígrados. Arriba me puse un casco de moto, para tener el bocho protegido, y sobre todo eso, el traje de buzo que guardé de mi tío Vladimir, que lo usó en la Segunda Guerra peleando en el Ejército Rojo.

Ah, me puse un preservativo en cada dedo, porque nunca se sabe. Rodilleras en los codos, y una pulserita de la suerte, que tampoco hay que ser tan científico, un poco de superstición ayuda en estos casos.

Tengo unas patas de rana que guardo de cuando era chico, las uso si tengo que salir afuera hasta el almacén. Cuando llego a mi casa me las saco y les doy un baño en lavandina.

¡Ah! A propósito de lavandina, todos dicen que hay que diluirla, pero nadie te dice 'a cuánto'. ¿Dos litros de agua y una gota de lavandina, dos litros de lavandina y una gota de agua, un litro de cada una, cáscara de naranja y aceituna verde?

Bueno, sigo con mi traje. Me puse Lysoform en la boca, porque así si me enojo con alguien y lo puteo, a la vez, lo protejo. Con todo eso me siento seguro, aunque es complicado para comer. Voy a ver si le puedo encastrar un tubito de algún material resistente que vaya directo a la boca… Y otro igual, más abajo, para hacer pis…

Bueno, me despido de ustedes con una canción que escribí para estos días. La letra sola, claro:

Tapadito

Con la cara cubierta de hule
Y un motor pa' que el aire circule
En el pecho cuarenta bufandas
Y pa' más protección, la escafandra
En las manos tres pares de guantes
Por encima, manoplas gigantes
En la frente un termómetro chino
Que le avisa si hay fiebre al vecino

En los codos, llevá rodilleras
Y enyesate columna y caderas
Con un termo te cubrís el pene
Y en la cola, calzón de neoprene
Profilácticos en cada dedo
Una boa rascándote el cuello
Una burka te viste de nuevo
Un chador que cubre hasta el suelo

Tres kipás, si el rabino te deja
Y un buen hábito, tapa las cejas
En los pies, cuatro pares de medias
Como tacos, una enciclopedia
Dos baberos, chupete y pañales
Dos barriles en los genitales
Y ahora sí, si te ayuda la magia
Salí afuera, que no te contagia

Rudy

Dibujando triángulos con rectas

El ejercicio de hoy consiste en agarrar una hoja, un lápiz y sentarse a dibujar. La consiga es dibujar triángulos. Parece fácil, ¿no? Sin embargo, no lo es tanto. Hay que dibujar *siete* triángulos utilizando únicamente *seis* líneas rectas. ¿Facilísimo?

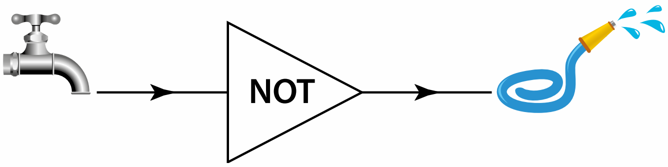
Entonces, vamos a subir la apuesta. Para la segunda parte, ¡te pedimos que dibujes *trece* triángulos utilizando únicamente *seis* rectas!

¿Se te ocurre alguna otra solución? No dejes de mandarla a nuestro correo electrónico así la podemos publicar en el número próximo.

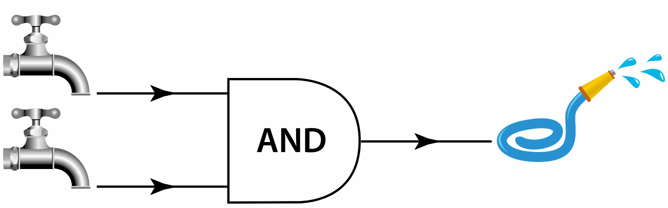
Compuertas lógicas

Supongamos que existen estas 'cajas' en las que entra y sale agua en el sentido de las flechas.

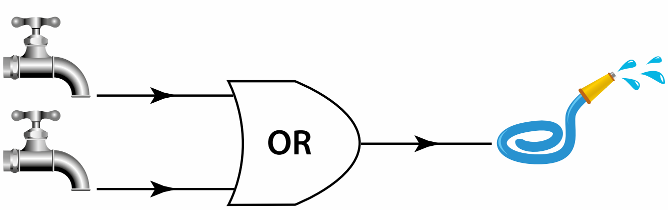
Cuando a la caja NOT entra agua, no sale nada. Pero si no le mandamos agua… ¡empieza a salir agua de ella! Es decir, abrimos la canilla, y por la manguera no sale nada. La cerramos… ¡y de la manguera sale agua!



Cuando a la caja AND entra agua de ambas entradas, sale agua por la salida. ¡Pero no alcanza con abrir una sola canilla! Ambas canillas tienen que estar abiertas para que salga agua por la manguera. Si no, no sale nada.



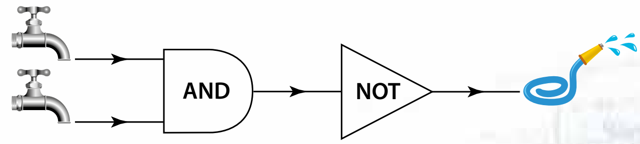
La caja OR es más 'permisiva'. Con que entre agua por alguna de las dos entradas (¡también de las dos!), ya sale agua por su salida. Es decir, con abrir cualquiera de las dos canillas, o las dos, sale agua por la manguera. Con ambas cerradas no sale nada.



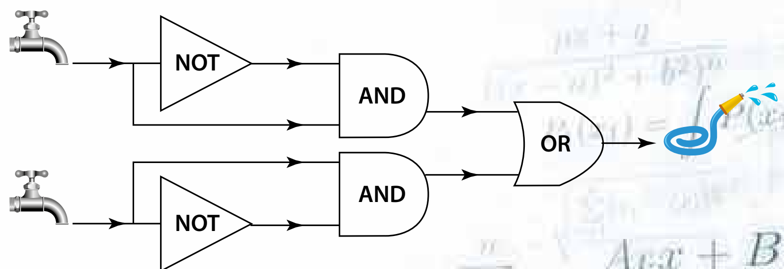
Enunciado

¿Qué descripciones corresponden a qué combinaciones de cajas?

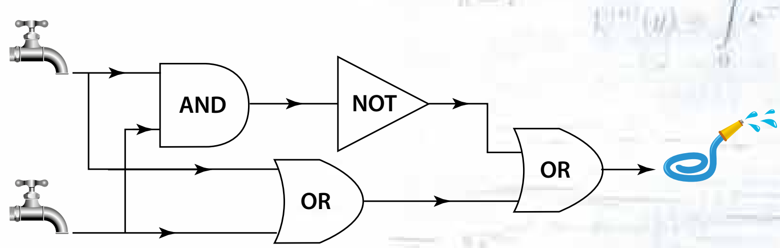
Combinación A)



Combinación B)



Combinación C)



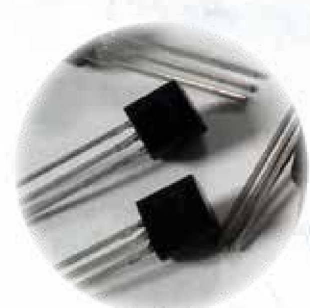
Descripción 1) 'Si alguna de las canillas está abierta, sale agua por la manguera final. Pero no sale si están ambas abiertas o no hay ninguna abierta'.

Descripción 2) 'No importa lo que se haga con las canillas, el agua siempre saldrá por la manguera final'.

Descripción 3) 'Cuando se abren ambas canillas a la vez no sale agua por la manguera final. En cualquier otro caso sale agua por la manguera'.

Corolario

En la electrónica en general (y en especial en las computadoras) las compuertas mencionadas no manejan agua, sino electricidad (ausencia o presencia de corriente eléctrica). Cada una de las compuertas mencionadas pueden construirse uniendo entre uno y dos transistores como los de la foto, y sirven para tomar decisiones lógicas usando impulsos eléctricos. En un microprocesador no muy moderno (un Intel Core 2 Duo por ejemplo), los transistores de silicio son más chicos que los de la foto: llegan a medir 65 nanómetros. Esto hace que entren como 400 millones de transistores en 4cm x 4cm… ¡Son muchas compuertas lógicas!



#TeRegaloUnTeorema

Teorema. La serie armónica diverge

Eso quiere decir que si sumamos

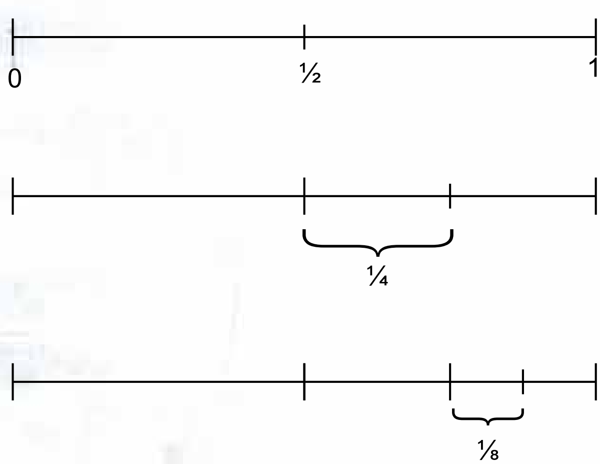
$$1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} + \ldots,$$

da infinito.

Vos me dirás: 'Y, claro, si estás sumando infinitas cosas, ¡tiene que dar infinito!'.
Pero fijate que

$$\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8} + \ldots = 1$$

Esto no es una obviedad, pero, para convencerte, agarrá un segmento de longitud uno y quedate con la mitad, a la otra mitad partila en dos mitades y quedate con una, a lo que queda partilo en dos mitades y quedate con una… y así.



¿Con cuánto te quedaste? Es justo la suma de arriba. Si repetís esto infinitas veces, no dejaste nada. O sea que te quedaste con todo el segmento. O sea, esa suma da uno.

Entonces me dirás: '¡Ah! Si sumás cosas que son cada vez más chiquitas y al final son casi cero, es como no sumar nada y entonces da un número finito'.

Bueh, ni lo uno ni lo otro. Puede dar finito o puede dar infinito, y hay que demostrarlo en cada caso. En el caso de la serie armónica, que es el nombre que le damos a la suma infinita con la que empezamos, da infinito. Y eso es lo que vamos a demostrar.

Por suerte, en el siglo XIV, cuando lo demostró Nicolás Oresme, no había computadoras, porque si hubiera habido, lo hubieran 'calculado' con la compu (como hacemos ahora con muchas cosas que no sabemos demostrar matemáticamente) y llegado a la conclusión –errónea, como hacemos ahora a veces– de que da un número finito. Notar acá que las computadoras no suman infinitos términos. Pueden sumar muchos, muchísimos, pero no infinitos. Entonces, si querés adivinar cuánto da la suma de infinitos términos a partir de lo que da la suma de muuuchos términos, podemos llegar a pifiarle.

Probalo con tu compu si no me creés: andá sumando cada vez más y más términos y en función de lo que observás decime si te la jugás a que da finito o infinito.

Y encima, como Oresme no tenía métodos avanzados, como el cálculo infinitesimal de Leibniz y Newton, no le quedó otra que hacer una demostración elemental, que acá les dejo de regalo.

Demostración

Vamos a agrupar los términos. El primer grupo es el primer término solito (el 1), el segundo son los siguientes dos (el $1/2$ y el $1/3$), el tercero son los siguientes cuatro, y así. ¿Cuánto aporta cada grupo?

El primero aporta 1, el segundo es $1/2 + 1/3$; aporta más que $1/2$. El tercero es $1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7$; aporta más que $4 * 1/7 = 4/7 > 4/8 = 1/2$. Y así…. entonces tenemos infinitos grupos en los cada uno suma más que $1/2$. El total tiene que dar infinito. ¡Y listo!

Hay muchas otras pruebas de este teorema, por lo menos veinte distintas. La más popular es, paradójicamente, la que más conocimientos asume. Es la que usa elementos de cálculo diferencial e integral porque compara esta suma con la integral de la función f (x) = 1 / x entre 1 e infinito. Suele estudiarse en los primeros cursos de análisis. Esa queda para otra oportunidad...

#TeRegaloUnTeorema

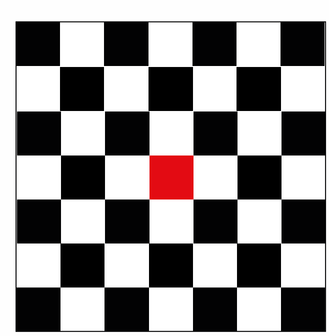
Quien empieza, pierde

Dos jugadores, A y B, mueven alternadamente una reina por este tablero. La reina se mueve como en el ajedrez, horizontal o diagonalmente, pero con una restricción: solo se le permiten movimientos que la *acerquen* al casillero rojo del centro.

El jugador A debe elegir un casillero en el borde del tablero, luego de lo cual B comienza a moverla. Ganará quien lleve a la reina al casillero rojo del centro.

Sin importar qué casillero elija A, el jugador B le ganará, si elige sus movidas adecuadamente.

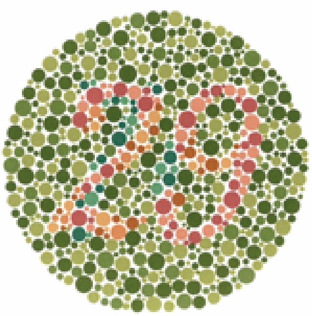
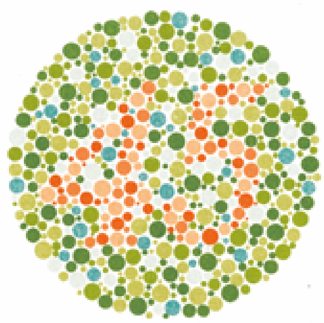
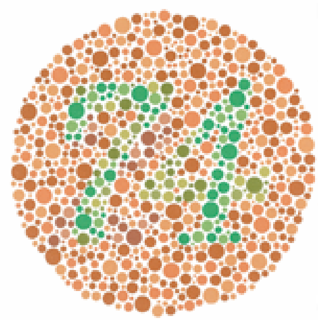
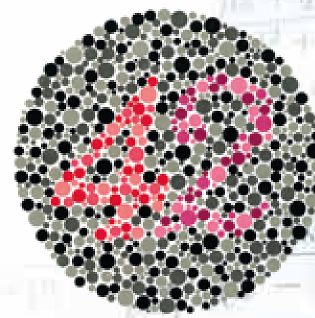
¿Cómo hace para ganar?



¡No todos percibimos el color de la misma manera!

¿Qué números podés percibir?

El procesamiento de los estímulos visuales comienza en la retina. Especialmente para el procesamiento del color, nosotros tenemos tres tipos de células especializadas en detectarlo, llamadas conos (también tenemos otras llamadas bastones, pero de esas hablaremos en otro momento). Mediante diferentes pigmentos (opsinas), los conos pueden detectar el color verde o rojo o azul. Nuestra percepción del color es el resultado de la activación de los tres tipos de conos. Las *cartas de Ishihara* son una serie de círculos (como los de abajo) diseñadas por el doctor Shinobu Ishihara en 1917, para diagnosticar diferentes tipos de daltonismo. El grado de afectación es sumamente variable y oscila entre la completa incapacidad para discriminar colores (llamado acromatopsia), un ligero grado de dificultad para discriminar matices de rojo, verde y en algunos casos azul, y en el otro extremo una persona capaz de discriminar todos los colores (tricrómatas). El daltonismo tiene un origen genético, es hereditario y se transmite por un alelo recesivo ligado al cromosoma x. Dado que se trata de una mutación recesiva su prevalencia es mayor en hombres que en mujeres (8% versus 0,5%).

Soluciones

Compuertas lógicas

3 describe a A, 1 describe a B, 2 describe a C.

Quien empieza, pierde

El tablero tiene casilleros que llamaremos *perdedores*. Por ejemplo, los de las esquinas lo son: si el jugador A comienza poniendo la reina en una de las esquinas, entonces el jugador B puede alcanzar el casillero central moviendo la reina en diagonal.

Diremos que un casillero es *ganador* si, partiendo desde ese casillero, todas las jugadas posibles llevan a casilleros perdedores.

Dejamos al lector completar esta solución, siguiendo estas instrucciones:

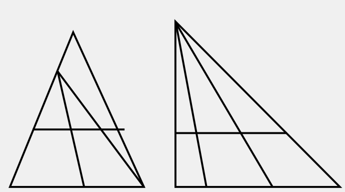
- Verifique que los cuatro casilleros blancos a los que se llega moviendo "en L" (como un caballo) desde el casillero central son ganadores.
- Observe que una vez identificado un casillero ganador, automáticamente da lugar a (nuevos) casilleros perdedores.
- Concluya que todos los casilleros del borde son perdedores.

¡No todos percibimos el color de la misma manera!

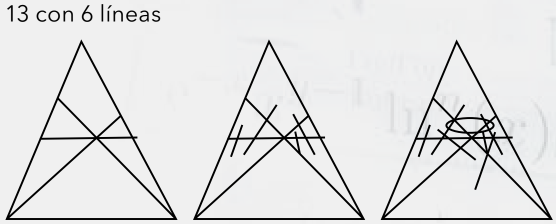
Placa 1: número 29 (daltonismo: 70 o ninguno)
Placa 2: número 45 (daltonismo: ninguno)
Placa 3: número 71 (daltonismo: 21 o ninguno)
Placa 4: número 42 (daltonismo: 4, 2 o ninguno)

Dibujando triángulos

7 triángulos con 6 líneas



13 con 6 líneas



Equipo de la sección 'Matemática, ilusiones y humor'

Nicolás Fernández Larrosa
Biólogo, IFIBYNE, UBA-Conicet
fernandezlarrosanicolas@gmail.com

Juan Pablo Pinasco
Matemático, UBA-Conicet
jpinasco@gmail.com

Rudy
Humorista
marcelorudy10@gmail.com

Nicolás Sirolli
Matemático, UBA-Conicet
nsirolli@dm.uba.ar

Pablo Groisman
Matemático, UBA-Conicet
pgroisma@dm.uba.ar

Nicolás Pírez (coordinador)
Neurobiólogo, IFIBYNE, UBA-Conicet
npirez@gmail.com

Alfredo Sanzo
Ingeniero, ICC, UBA-Conicet
alfredo.sanzo@gmail.com

Preguntas, comentarios y sugerencias:
contacto@cienciahoy.org.ar