Crossfit cerebral #6

Matemática, ilusiones y humor

¿Sueñan los barriletes cósmicos con ovejas que no manchan?

Como ante cualquier hecho, científico o no, hemos escuchado, leído, visto y hasta olfateado versiones de lo más variopintas, con o sin asidero alguno, acerca de la vida y la muerte… de Diego A Maradona Z'L'.

La expresión Z'L' es la abreviatura de una bellísima expresión hebrea, *Zijarón leibrajá*, que traducido al castellano quiere decir 'bendito sea su recuerdo' o 'bendita sea su memoria', según quien lo traduzca. Es el equivalente del muy usado Q.E.P.D., o su equivalente en latín R.I.P., que quieren decir 'que en paz descanse'. Personalmente me convence y conmueve más la idea de bendecir la memoria o el recuerdo de alguien que ha partido, que el pensar que 'está descansando' porque eso sería –acá les dejo una tarea a mis amigos biólogos– pensar 'la vida como equivalente al cansancio y la muerte al descanso'.

Si bien de la muerte no sé nada, de la vida sí quiero pensar que 'es algo más que simplemente cansarse', y además –tarea aquí para los amigos lingüistas–, sería un oxímoron la expresión 'estoy muerto de cansancio' que tanto se usa en la vida cotidiana

Pero volvamos al Diego y las *fake*, los rumores, dimes, diretes y chismes, las leyendas, los misterios, mitos y ritos varios que han corrido sobre él.

Se lo ha tratado de dios, con lo que se le han atribuido características inmortales (los dioses, si de algo carecen, es de mortalidad, lo que puede ser una desdicha, según el punto de vista de Drácula), se lo ha elevado audaz en vuelo triunfal, cual barrilete cósmico, se le han adjudicado resurrecciones diversas, se lo ha denostado canallamente por ser, justamente, un ser humano con fortalezas y debilidades como el resto de sus congéneres (¿o debo decir congéneros y congéneras?), se lo ha idolatrado con el único mentiroso fin de quitarle méritos (los ídolos, ya lo sabemos, se crean para ver cómo se derrumban, hay más de dos mil años de experiencia en esto), se lo ha reducido, como solamente los portadores enfermos de la más rancia ignorancia pueden hacerlo, a 'jugador de fútbol', y tanto, tanta y tante más.

Pero hay una frase que empezó a escucharse allá por los 70, casi en el debut profesional adolescente, en ese grupo de 'bichos colorados' que tanto sorprendió a los entomólogos: 'Diego la rompe'.

Sí, Diego la rompe, pero si quiero ser más inclusivo y pluralista, debo agregar una ese más: Diego 'las rompe'.

Porque no se trata solo de 'romperla' en la cancha, Diego Maradona rompió con muchas reglas, de diversas ciencias, de las duras y de las otras:

- 'Toda pelota que penetra en el arco contrario impulsada por el miembro superior de quien ejecuta esta acción debería ser considerada como *hands* y no como gol.' Es una de las leyes de la ciencia futbolística, que Diego 'rompió en el 86'.
- 'Si un equipo genera 69 posibilidades de gol y el otro, una sola, lo más probable es que gane el primero de los nombrados.' Esta ley fue rota por Diego, con la complicidad de su colega Claudio Caniggia en el mundial 90, en el partido Brasil 0 (69 chances)-Argentina 1 (una chance).
- 'Si una pelota es impulsada en un sentido por un jugador, y hay siete contrarios intentando frenarlo, lo más probable es que alguno de ellos lo logre.' Ley rota por Diego en el segundo gol, el del barrilete cósmico, allá en el mundial 86.
- 'Ley de identidad de número.' Así como hoy en día se acepta que una persona 'cambie de género', no está aceptado (aún) que alguien pueda ser 3, 5 o 27 personas encerradas en un solo cuerpo. Diego mostró, gran cantidad de veces, que él solo jugaba como si fuera todo un equipo completo (11 jugadores, o pongámosle 10, el arquero aparte).
- 'Ley de identidad de edad.' Una persona mayor de edad no puede ser considerada, por más que así se sienta, un niño. Sin embargo, en el partido contra Inglaterra, mundial 86, Diego, que tenía entonces veinticinco años, hizo dos goles que solamente un niño puede hacer.
    - El primero, imitando el famoso 'rin-raje' (para los milenials y centenials: juego infantil de la prehistoria, cuando los chicos salían a la calle –sin celu ni tablet–, tocaban el timbre y salían corriendo. Quizá siga existiendo con otro nombre). Diego hizo el gol con la mano, salió corriendo como para que nadie se dé cuenta, y se lo dieron por válido.
    - El segundo: ningún doctorando, magistrando o posgraduando de ninguna profesión se le ocurriría, solo, defender su tesis frente a siete eminencias de la materia que piensan en contra de sus principios científicos. Un niño, en cambio, puede pensar '¿y si los eludo a los siete y les hago el gol?', aunque tenga a más de media selección inglesa del lado de enfrente.

Bien, espero haber demostrado en este pequeño *paper* mi tesis resumible en tres palabras: 'Diego las rompe'. Gracias por haberme leído, señores del jurado.

Rudy

#TeRegaloUnTeorema

Teorema (de la pelota de fútbol)

La pelota no se mancha, y gira siempre alrededor de un eje.

La segunda parte del teorema se la debemos a Euler (la primera no necesita cita) y también se la conoce como teorema de rotación de Euler, quien en 1776 escribió:

> *Theorema.* Quomodocunque sphaera circa centrum suum conuertatur, semper assignari potest diameter, cuius directio in situ translato conueniat cum situ initiali.

Que en criollo es algo así como:

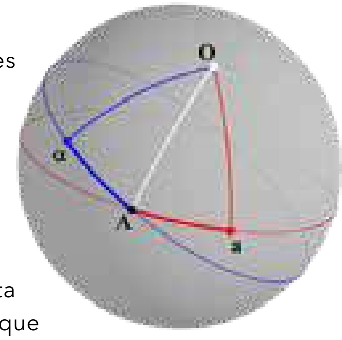
> Cuando se mueve una esfera alrededor de su centro, siempre es posible encontrar un diámetro cuya dirección en la posición desplazada es la misma que en la posición inicial.

En otras palabras, cualquier rotación (o composición de sucesivas rotaciones) de una esfera es en realidad *una* rotación alrededor de un eje.

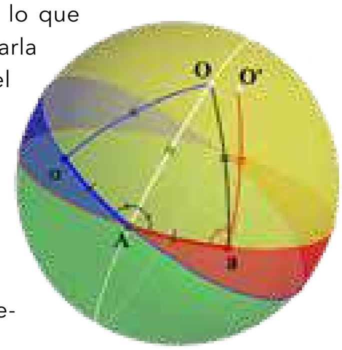
O también: cuando se mueve una pelota alrededor de su centro, siempre hay dos puntos (antipodales) que no se mueven.

Demostración. Vamos a dar solo una idea, la demostración completa la pueden encontrar en Wikipedia buscando *rotation theorem*.

1. Dibujá un círculo alrededor de la pelota antes de rotarla, podría ser el ecuador, por ejemplo.
2. Fijate adónde fue a parar ese círculo después de rotarla (es el círculo rojo). Volvé a dibujar un círculo en el ecuador de color azul. O sea, pintás de rojo un círculo ante de rotarla, girás la pelota y volvés a pintar un círculo azul en donde estaba el círculo rojo antes de rotarla.



3. Llamamos A al punto donde se intersecan estos dos círculos. También llamamos α al punto donde estaba A al comienzo antes de girarla y a al punto donde va a parar A si volvemos a rotar la pelota exactamente de la misma forma en que lo hicimos.
4. Construimos un triángulo (esférico) como en la figura: trazamos el círculo que es la bisección del ángulo αAa y elegimos un punto O en él de forma tal que aO sea igual al segmento AO (y al αO). El punto O (y su antípoda) es el que no se movió.
5. Para demostrarlo, fijate que lo que era el triángulo αAO antes de girarla se movió al triángulo AaO'. Pero el ángulo aAO es congruente (mide lo mismo) a AaO, entonces el ángulo aAO es congruente a AaO', y entonces el ángulo **AaO** es igual a **AaO'. Por lo tanto, O' = O.**



6. Como el centro tampoco se movió, resulta que todo ese eje quedó quietito.
7. Listo. La pelota no se mancha y no gira más que alrededor de un eje.

#TeRegaloUnTeorema

Ilusión futbolera

¿Cuál de estas dos pelotas es más grande? En ocasiones, meter un gol parece ser tan difícil como patear una pelota gigante, pero en este caso es tan solo una ilusión, ya que ambas pelotas son del mismo tamaño.

Si bien la imagen que se forma en la retina es bidimensional, percibimos nuestro entorno de manera tridimensional. Para ello, la información visual es procesada en el cerebro, integrando aspectos de la imagen monocular como la perspectiva, la línea de horizonte y la textura. Nuestro cerebro aprendió durante el desarrollo que, si bien dos objetos pueden tener el mismo tamaño en la retina, si uno de ellos se encuentra más cerca de la línea de horizonte o al lado de objetos que interpretamos que se encuentran más distantes, entonces la única solución posible es que en realidad este objeto debe ser más grande. Esta distorsión de la imagen interpretada –producto del procesamiento espacial– fue estudiada por el científico cognitivo Roger Newland Shepard, y dio origen a varias ilusiones como las 'mesas de Shepard' (que presentamos en 'Crossfit cerebral #2'), 'Terror subterra', la 'ilusión de Ponzo', o la misma 'Casa de Ames'. Te invitamos a que explores estas otras clásicas ilusiones.

Promedio de promedios

Clara y Franco son parte de un equipo de fútbol que compite en una liga de su ciudad. Esta liga tiene tres categorías: A, B y C. Jugar en la A es como jugar en primera, es la categoría a la que todos quieren llegar, y de la que nadie se quiere ir. Pero su equipo está por irse a la B, porque está flojo con el promedio.

El promedio de cada equipo se calcula dividiendo la cantidad total de puntos acumulados en toda la temporada por la cantidad de partidos jugados, por lo tanto, refleja el promedio de puntos obtenidos por partido.

Para zafar del descenso tienen que superar el promedio de un equipo que acumuló 28 puntos en los 19 partidos, lo que, redondeado a tres cifras, da un promedio de 28 / 19 = 1,474.

Clara estuvo atenta a los primeros 12 partidos de su equipo, y calculó que el promedio de puntos en ellos es igual a 1,750. A las últimas 7 fechas no pudo asistir, pero Franco sabe que el promedio en esos 7 partidos es igual a 1,143.

Clara y Franco están debatiendo sobre la situación de su equipo: ¿desciende o no? Franco afirma que sí, porque hizo el siguiente cálculo: (1,750 + 1,143) / 2 = 1,4465, lo que no excede el promedio que debían superar para no irse a la B. Sin embargo, una observación de Clara les devuelve las esperanzas: ¡ese cálculo no es correcto!

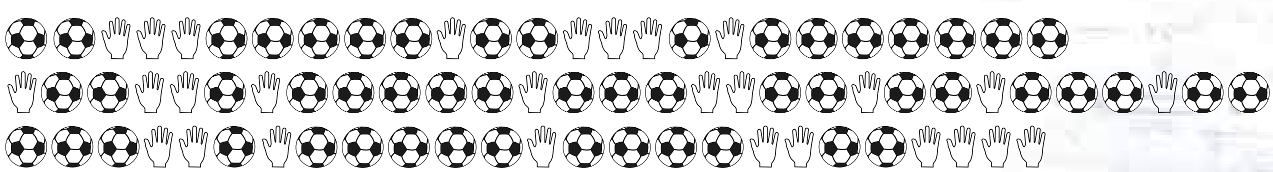
Entonces, Clara explica cuál es la forma correcta de calcular un 'promedio de promedios': se deben recuperar los puntos totales obtenidos a partir de los datos para, luego, dividir esa cantidad por 19, que es el total de partidos jugados. Con una mezcla de ansiedad y entusiasmo, comienzan a hacer las cuentas, con la ilusión de que el nuevo resultado los mantenga en la categoría.

Por lo que dijo Clara, la cantidad P de puntos acumulados en los primeros 12 partidos es tal que P / 12 = 1,750. Así, P se puede obtener multiplicando 1,750 por 12, lo que arroja que los puntos acumulados en los primeros 12 partidos fueron 21. De la misma forma, se puede concluir que los puntos obtenidos en los últimos 7 partidos fueron 8. Así, el total de puntos acumulados por el equipo de Clara y Franco en los 19 partidos es 21 + 8 = 29. Ahora sí, están a un paso de conocer el destino de su equipo: el promedio es 29 / 19 = 1,526 y, con esto, ¡se quedan en primera!

Moraleja: un cálculo incorrecto, por más pequeño que sea el error cometido, puede cambiar considerablemente una situación concreta.

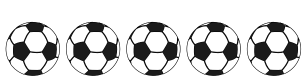
Pregunta: ¿cuántos partidos tuvo que ganar, al menos, el equipo de Clara y Franco para obtener estos 29 puntos?

De representaciones

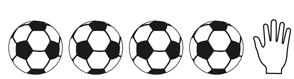


La consigna de hoy es simple: estas manos y pelotas representan una frase, hay que descubrir el código y la frase.

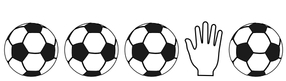
Pista:



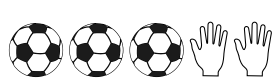
representa una A.



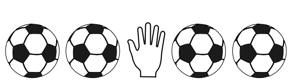
representa una B.



representa una C.



representa una D.



representa una E.

(… y así).

Importante: este alfabeto tiene Ñ ;)

Corolario:

Para almacenar y transmitir texto en una computadora es necesario elegir una *representación* porque en los discos, en la memoria y en cada microparte del circuito lamentablemente no podemos escribir letras como lo hacemos en un cuaderno. Lo que sí podemos hacer es lo que siempre hacemos con electrónica, que es jugar con la *corriente* eléctrica: *grosso modo*, podemos decir que poquita corriente es un 0 (una pelota) y más corriente es un 1 (una mano). El famoso bit no es más que eso: un cachito de información. Acá –seguro lo descubriste ya– con 5 bits podemos representar una letra. Y, con algunos bits más, tenemos una frase. Los sistemas de *representación* nos permiten representar cualquier información (audio, imagen, texto, video) bajando todo eventualmente a pelotas y manos, o bien poquita corriente, mucha corriente.

El mejor gol de la historia

¿Cuán probable era que Diego les metiera ese gol a los ingleses? Nuestro equipo de expertos asignará una probabilidad *P* a cada instancia de la jugada para lograr responder el interrogante. *P* es un número entre 0 y 1 y cuando queremos calcular la probabilidad de múltiples eventos debemos multiplicarlas. Por ejemplo, al tirar una moneda al aire la probabilidad *P* de que salga cara es *P* = 0,5. Si la tiramos dos veces, la *P* de que sea cara las dos veces es *P* = 0,5 * 0,5 = 0,25.

Bueno, vayamos a esa jugada en el estadio Azteca:

1. Recibe la pelota del Negro Enrique (considerada la mejor asistencia de la historia), y no le rebota. *P* = 0,99. No podemos dejar de remarcar que, si condicionáramos esta probabilidad a jugadores de fútbol del ámbito de las ciencias exactas y naturales, sería sensiblemente más baja.

2. Beardsley es el primero en salir a marcarlo. Diego lo deja a un lado sin ninguna dificultad, tras lo cual aparece Reid en escena. La pisa entre los dos y sale airoso. *P* = 0,2.

3. Escapa de la marca de los desairados Beardsley y Reid corriendo a gran velocidad. *P* = 0,8. Este es otro número altísimo en el mundo de quienes sabemos calcular (algunas) derivadas y transitamos nuestra cuarta década.

4. Promediando tres cuartos de cancha, con velocidad creciente (he aquí una segunda derivada positiva) elude con facilidad a Butcher. Mejor dicho, él lo hace parecer fácil: tenemos *P* = 0,6.

5. Ya entrando al área grande le sale a la marca Fenwick, quien queda pagando tan feamente como Butcher en la finta anterior. Dada la mayor velocidad, otorgamos *P* = 0,5.

6. Una vez dentro del área levanta la cabeza, lo ve a Valdano, a quien más tarde le comenta que evaluó pasarle la pelota (y le pidió disculpas por no hacerlo). Tenemos P = 0,4, y ya no hace falta ir al fútbol amateur para valorar especialmente ese *levante*.


6

7. Ante la salida de Shilton, resuelve eludirlo gambeteando hacia afuera, siguiendo la recomendación de su hermano y desechando opciones como pegarle al segundo palo, o intentar un globito como años más tarde hiciera un trenzado delantero xeneize. Ante la luz de estos hechos, damos P = 0,2.


7


10

8. Alcanzando el máximo de su velocidad (¿qué sucede con la segunda derivada?), acosado por Butcher que lo venía siguiendo hacía rato y ante el cierre de Stevens, la mete adentro del arco. P = 0,3. Y todavía hay quienes dudan si es él quien la metió…


8

9. Goooooool… ¡Quiero llorar! ¡Viva el fútbol!


9

10. *Bonus*: no podemos dejar de tener en cuenta la probabilidad de meter un gol con la mano (de dios) en el mismo partido, y que pasara desapercibida por, al menos, los jueces. Estimaremos esto con P = 0,01.

0,99 * 0,2 * 0,8 * 0,6 * 0,5 * 0,4 * 0,2 * 0,3 * 0,01 = 0,0000114048

¿O sea que, aproximadamente la probabilidad de que Diego metiera ese gol era de 1 en 100.000? Nuestra intuición nos dice que tiene que ser muchísimo más baja. Concluimos que estas sencillas herramientas no nos permiten entender semejante genialidad.

Reglas extrañas en el fútbol

En el campeonato de primera división 1988-1989 de fútbol se implementó una regla extraña: en caso de empate en los 90 minutos de juego, se definía por penales. Así, los 20 equipos nos dieron en la primera rueda una tabla donde cada uno había jugado contra los otros 19, y cada partido tenía un ganador y un perdedor.

Ahora, ¿será posible ordenarlos formando una cadena de equipos de manera tal que el primer equipo le haya ganado al segundo, el segundo al tercero, el tercero al cuarto… y así hasta llegar al vigésimo?

Con la tabla de resultados del torneo podríamos contestar revisando la cantidad de cadenas posibles y viendo para cada una si se cumple la condición. Pero ¿cuántas son?, ¿cuánto nos llevaría con una computadora que revise una cadena posible en una millonésima de segundo?

Es más difícil decidirlo para cualquier tabla de resultados posibles. ¿Siempre existirá una cadena donde cada uno le ganó al siguiente? Si creés que la respuesta es no, deberías construir un ejemplo. Si creés que es sí, te invito a buscar una demostración.

Soluciones

Promedio de promedios

Llamemos G a la cantidad de partidos ganados por el equipo de Clara y Franco, y E a la cantidad de partidos empatados. Recordemos que se otorgan 3 puntos por cada partido ganado y 1 por cada empate. ¿Pudieron haber ganado solamente un partido? No, porque, en el mejor de los casos, habrían empatado los otros 18 y la cantidad de puntos obtenidos serían 3 + 18 = 21. No llegan a los 29. Con el mismo razonamiento, la cantidad G debe satisfacer:

3G + (19 - G) = 29

Es decir, G = 5. El equipo de Clara y Franco debió ganar al menos 5 partidos. Ganando 1, 2, 3 o 4 partidos no llegarían a acumular 29 puntos, aun empatando todos los demás.

De representaciones

Si conocés de sistemas de numeración, el código para cada letra es en realidad un *número binario*, solo que en lugar de ceros hay pelotas, y en lugar de unos hay manos. La A es 00000 (cinco pelotas), la B es 00001 (cuatro pelotas y una mano), y así ascendiendo, contando en números binarios. La frase, un saludo eterno: 'Hasta siempre, Diego'.

Reglas extrañas en el fútbol

La cantidad de cadenas posibles es 20!= 20 x 19 x… x 3 x 2 x 1. Cualquiera de los 20 equipos puede ir en el primer lugar; luego, como uno ya está ubicado, cualquiera de los 19 restantes puede ir en el segundo, y así hasta llegar al último lugar, que tiene una sola opción posible, el último equipo que queda.

Si revisar cada una de estas 20! cadenas lleva una millonésima de segundo, tardaríamos aproximadamente 770 siglos.

La respuesta a la pregunta de cualquier tabla de resultados posibles es que siempre existe una cadena que cumple, y por suerte una demostración matemática es mucho más sencilla y nos da la forma de construirla en muy poco tiempo.

Comenzamos tomando dos equipos, A y B. Como uno le ganó al otro, tenemos una cadena. Supongamos que A le ganó a B, A > B. Ahora, tomemos un tercer equipo C:

- si C perdió contra B, lo dejamos al final, y queda A > B > C;
- si le ganó a B, pero perdió con A, lo ubicamos detrás de A, queda A > C > B, y
- si les ganó a ambos, queda C > A > B.

Esta idea funciona en general: para una cadena armada, tomamos uno de los que falta ordenar y lo colocamos al final de la cadena. Si el último le ganó, lo dejaremos allí, pero si no, lo hacemos avanzar y comparamos con el siguiente. Seguirá avanzando en la cadena hasta que se tope con el primer equipo, contando desde el último, que lo haya derrotado, y esa cadena cumple lo pedido.

Equipo de la sección 'Matemática, ilusiones y humor'

Marilina Carena
Matemática, UNL-Conicet.
marilcarena@gmail.com

Pablo Groisman
Matemático, UBA-Conicet.
pgroisma@dm.uba.ar

Nicolás Pírez (coordinador)
Neurobiólogo, IFIBYNE, UBA-Conicet.
npirez@gmail.com

Alfredo Sanzo
Ingeniero, ICC, UBA-Conicet.
alfredo.sanzo@gmail.com

Nicolás Fernández Larrosa
Biólogo, IFIBYNE, UBA-Conicet.
fernandezlarrosanicolas@gmail.com

Juan Pablo Pinasco
Matemático, UBA-Conicet.
jpinasco@gmail.com

Rudy
Humorista.
marcelorudy10@gmail.com

Nicolás Sirolli
Matemático, UBA-Conicet.
nsirolli@dm.uba.ar

Preguntas, comentarios y sugerencias: ***contacto@cienciahoy.org.ar***