

A partir de este número y en cuatro entregas, CIENCIA HOY publicará parte de la charla, con algunas modificaciones, que el profesor Pablo Jacovkis ofreció en la Academia Nacional de Geografía el 4 de mayo de 2022 en ocasión de su nombramiento como académico titular. El trabajo de Jacovkis es a la vez histórico y actual y ofrece una visión de la interacción entre dos disciplinas que no es común de ver.

Pablo Miguel Jacovkis

UNTREF

Matemática y geografía: una historia compartida

Parte 1: un poco de historia

La matemática y la geografía están profundamente entrelazados desde hace muchos años. Hagamos un poco de historia: en Occidente, la matemática 'empírica', es decir, sin demostraciones y simplemente aceptando algunas reglas por razones experimentales, era utilizada con propósitos impositivos, censales, astronómicos (en forma que puede considerarse muy cercana a la geografía)... y para mensura, cálculo de distancias entre localidades, y muchas otras actividades claramente del ámbito de la geografía.

Cuando en Grecia la matemática se convirtió en una ciencia, es decir, cuando los griegos, en un toque incomparable de genio, a partir de Pitágoras y de su escuela, y sobre todo a partir del libro inmortal de Euclides

Como observa por ejemplo Lancelot Hogben en su libro clásico de 1960, la determinación de la latitud a partir de la Estrella Polar se basaba en dos postulados: la suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos, y el plano del horizonte es tangente a la superficie de la Tierra; el método era ya usado por los navegantes antiguos: un uso de la geometría desde tiempos lejanos.

(que durante mucho tiempo fue el libro más leído en el mundo, o al menos en Occidente, después de la Biblia) empezaron a usar demostraciones matemáticas a partir de axiomas básicos, la geografía recibió un espaldarazo

¿DE QUÉ SE TRATA?

La relación histórica y actual entre las matemáticas y la geografía.

muy significativo. Eratóstenes de Cirene (276 a.C.-194 a.C.), uno de los primeros geógrafos (y el más completo de la antigüedad), era además matemático y astrónomo (además, parece ser, de poeta y filósofo); su cálculo de la medida de la circunferencia de la Tierra, aunque aproximado, es una obra maestra de combinación del método deductivo con el experimento, con uso de la trigonometría —área de la matemática cuya relación con la geografía es casi obvia— para producir un gigantesco avance en el conocimiento de la geografía de la Tierra. Acuñó el término ‘geografía’, y sus admirables aportes pueden verse, por ejemplo, en el fenomenal trabajo de recopilación de fragmentos de su *opera magna*, que lleva naturalmente ese nombre, traducidos al inglés por Duane W Roller, quien además los completó con comentarios al respecto.

Y otro grande de la antigüedad, unos siglos después, fue Claudio Ptolomeo, astrónomo, matemático y geógrafo. Si bien su visión geocéntrica del universo quedó ampliamente refutada por Copérnico y sus sucesores (entre ellos el más notorio, por supuesto, fue Galileo, cuyas opiniones heliocéntricas le causaron gravísimos problemas con la Iglesia), Ptolomeo, quien vivió en Alejandría entre alrededor del año 100 de nuestra era y el año 170, fue un científico excepcional para su época. Aparte de su uso de geometría en su *Almagesto* y su *Geografía*, se puede decir, con un cierto toque de humor, que su catálogo de alrededor de 8.000 localidades, con sus coordenadas geográficas, incluido en su *Geografía*, fue la mayor base de datos de la antigüedad... mucho antes de la aparición de la computadora.

En lo que sigue trataré de dar solamente un pantallazo de la relación entre ambas disciplinas, con muchas omisiones, por supuesto, y advirtiendo además que, en los últimos años, la relación entre geografía y matemática se ha convertido en un *ménage à trois* ya que se ha incluido indiscretamente la ciencia de la computación, en una serie de áreas en las cuales la frontera entre la matemática y la computación es difusa.

Si tomamos por ejemplo (entre muchas otras posibles y similares) la definición de geografía (que se puede ver en internet) del *Cambridge Dictionary*, tenemos que la geografía es el estudio de los sistemas y procesos involucrados en el tiempo, montañas, mares, lagos, etcétera, del mundo, y de las maneras mediante las cuales los países y los pueblos organizan la vida en una región. Por supuesto que basta hurgar un poquito en internet para encontrar muchas otras definiciones, pero esta definición (como todas las otras, con mayor o menor detalle) satisface la idea intuitiva que uno tiene de la geografía, que permite dividirla, en primera aproximación, en geografía física y geografía humana. Y en ambas ramas de la geografía la matemática se inmiscuye, y mucho. Por supuesto que puede haber otras clasificaciones: una clasi-

ficación un poco distinta, pero a mi juicio también digna de atención, es la que indica Luis Freile en su trabajo de 1954 (‘The need of mathematics in geography’, *Proceedings of the Oklahoma Academy of Sciences*, 158-160) sobre la necesidad de matemáticas en la geografía: 1) ciencia del planeta; 2) ciencia de las relaciones (naturaleza respecto de la naturaleza, naturaleza respecto de los seres humanos y de los seres humanos respecto de la naturaleza), y 3) ciencia de las distribuciones (fenómenos de ocurrencia cultural o natural). Como dice Freile, ‘el geógrafo necesita la matemática como ayuda para coordinar aquellas experiencias para las cuales los criterios cualitativos no alcanzan para brindar un sistema lógico completo’. Es interesante el listado de las áreas de la matemática usadas en geografía que hace Freile en 1954: álgebra, geometría (teórica, dividida en plana y esférica, y aplicada, dividida en sólida y estereométrica), determinantes y análisis de curvas, trigonometría (plana y esférica), geometría analítica, cálculo infinitesimal y probabilidades. Independientemente de algunas imprecisiones (por ejemplo, probablemente Freile incluyó la estadística dentro de las probabilidades), vemos que algunas de esas áreas, como la geometría, son muy antiguas; el álgebra en su forma actual (independiente de la geometría) empezó más o menos a enfocarse en el siglo IX, con los aportes del gran matemático persa al-Juarismi (en esa época la joven civilización islámica era muchísimo más avanzada y refinada que la europea), el cálculo infinitesimal con Newton y Leibniz en el siglo XVII y las probabilidades, también en el siglo XVII, con los aportes de Pascal y Fermat, curiosamente incitados por un empedernido jugador de cartas, el caballero de Méré. Pues bien, ahora, poco más de sesenta años después, la lista de áreas matemáticas utilizadas en geografía es muchísimo mayor. Por supuesto los geógrafos son plenamente conscientes del cada vez mayor uso de la matemática (en particular de ‘nueva’ matemática) en su disciplina, como lo observó perfectamente Cochlaine King en 1970 (‘Mathematics in geography’, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 1 (2): 185-205). King resalta en particular la aparición del análisis de patrones de puntos, en particular análisis de redes; esos patrones pueden ser estáticos o dinámicos, los cuales cambian con el tiempo debido, muy probablemente, a diversos procesos: y si tenemos sobre una misma región dos distribuciones de patrones distintas, muy probablemente se requerirán técnicas estadísticas para analizarlas.

A mi juicio, hubo dos grandes momentos en la historia de la matemática que influyeron profundamente en su relación con la geografía: uno fue la invención del cálculo diferencial e integral casi en simultáneo con la formulación rigurosa de la teoría de las probabilidades, y el otro es la aparición de la computadora. Por supuesto la computadora influyó primero en la matemática, permitiendo

el desarrollo de nuevas áreas relacionadas sea con el análisis numérico, sea con el tratamiento de datos (se puede decir que, simplificando mucho, la computadora permitió hacer cuentas más rápido con muchos más datos, y hacer muchas cosas nuevas muy valiosas con esa cantidad nueva de datos); simultáneamente, a medida que la capacidad de almacenamiento de las computadoras creció vertiginosamente, el propio manejo de datos se convirtió en un área de la ciencia de la computación (un área con muchas facetas matemáticas) que hasta llegó a ‘independizarse’ con el nombre de ciencia de datos, obviamente con muchas aplicaciones en geografía.

De las aplicaciones ‘clásicas’ de la matemática (o, más propiamente, de la geometría) en la geografía sigue siendo incomparable, en mi opinión, el deslumbrante libro *Mathematical Geography*, de Willis Johnson (Nueva York, American Book Company), pese a que fue publicado en 1907; el Proyecto Gutenberg ha tenido la gentileza de subirlo a internet para que todos puedan disfrutar de él libremente. Un somero análisis del libro, dedicado a geografía global de la Tierra, nos permite observar que se aplican muchísimos conceptos geométricos, particularmente en proyecciones de mapas: proyección ortográfica, proyección estereográfica, proyección globular, proyección gnomónica, proyección homolográfica, proyecciones cilíndricas (gnomónica, estereográfica, Mercator), proyecciones cónicas; luego se analiza también la triangulación en mensura, la geografía matemática de los planetas, la Luna y el Sol, el tratamiento matemático de las mareas.

He mencionado a Gerardus Mercator, el gran geógrafo, cosmógrafo y cartógrafo. Mercator publicó en 1569 su famoso mapa, cuyo título traducido del latín es ‘Nueva y ampliada descripción de la Tierra, con mejoras para su uso en navegación’. Entre las muchas razones por las cuales ese extraordinario mapa (que no sabemos cómo Mercator lo construyó) es importante, es porque es conforme, es decir, preserva ángulos. El mérito de Mercator es enorme, su mapa tuvo una importancia fundamental para la cartografía y para la navegación (y en cartas náuticas se sigue usando). Pero quería detenerme en otra cosa: en matemáticas la noción de aplicación conforme empezó a ser realmente manejada con precisión después de la invención en el siglo XVIII (alrededor de dos siglos después) del análisis complejo; aquí, en algún sentido laxo, la geografía ‘precedió’ a las matemáticas; cabe mencionar que probablemente el primer cartógrafo matemático fue Johann Heinrich Lambert, que en 1772 publicó en alemán su magna obra, que traducida al castellano es *Notas y comentarios sobre la composición de mapas terrestres y celestes*, con lo cual –dos siglos después de Mercator– inauguró la cartografía matemática. George Heine en 2004 indica que el gran matemático Joseph-Louis Lagrange considera que

Lambert fue el primero que caracterizó el problema de la aplicación de una esfera en un plano, preservando alguna propiedad dada, en términos de ecuaciones diferenciales parciales no lineales.

Con la invención por parte de Newton (y Leibniz, aunque la disputa entre ambos por la prioridad científica no es motivo de este trabajo) del cálculo diferencial e integral, la relación entre geografía y matemáticas se amplió, al aumentar poderosamente la cantidad (y potencia) de las herramientas matemáticas a disposición de los geógrafos, y la posibilidad de hacer aseveraciones antes de su constatación experimental; un importante ejemplo de esto, muy relacionado con la geografía, y en el cual Sudamérica en algún sentido interviene, fue la constatación –predicha por Newton– de que la Tierra estaba algo achatada en los polos. La Academia de Ciencias de Francia, en la década de 1730, encomendó dos expediciones para medir la longitud de un grado de arco de meridiano, una cerca del ecuador –para lo cual una expedición viajó al Ecuador (y sus peripecias fueron fascinantes, como indica Jim R. Smith en un artículo de 2002, ‘The Meridian Arc Measurement in Peru 1735-1745’. FIG (Fédération Internationale de Géomètres) XXII International Congress, Washington D.C., 19-26 de abril de 2002) y la otra a Laponia, dirigida por el matemático Pierre Louis Maupertuis. Los datos de ambas expediciones corroboraron la teoría de Newton; en cierto sentido, esa corroboración es bastante análoga en cuanto a su impacto científico a la corroboración en 1919, por parte de la expedición de Eddington, de la relatividad general de Einstein.

Dicho sea de paso, el impacto de la corroboración de la predicción de Newton provocó los deliciosos versos satíricos de Voltaire (un hombre del cual era mejor ser amigo que enemigo, al menos para la posteridad) dedicados a Maupertuis:

*Vous avez confirmé dans ces lieux pleins d'ennui
Ce que Newton connu sans sortir de chez lui.*

Usted ha confirmado en esos lugares llenos de aburrimiento
Lo que Newton supo sin dejar su aposento.

Es decir, se podría decir que fue la geografía terrestre la que permitió aceptar la teoría de Newton. Casi nada. **CH**



Pablo Miguel Jacovkis

Doctor en matemáticas, UBA.

Profesor emérito, UBA.

Secretario de Investigación y Desarrollo de la Universidad Nacional de Tres de Febrero (UNTREF).

pablo.jacovkis@gmail.com